16 Кинетическое уравнение Больцмана

Мы здесь не будем рассматривать схему получения кинетического уравнения Больцмана из цепочки ББГКИ, а приведем вывод, основанный на интуитивных соображениях, близких к тем, что использовал сам Больцман.

16.1 Интеграл столкновений Больцмана

Рассмотрим классический разреженный газ точечных частиц, эволюцию которого будем описывать одночастичной функцией распределения $f(\vec{r},\vec{p},t) \equiv f_1(\vec{r},\vec{p},t)$. Изменение f обусловлено двумя причинами – свободным движением частиц ("дрейфом") и взаимодействием их между собой – столкновениями:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{др}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}}, \tag{1}$$

где

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{др}} = -\left(\dot{\vec{r}}\,\vec{\nabla} f + \dot{\vec{p}}\,\frac{\partial f}{\partial \vec{p}}\right) \; -$$

уменьшение числа частиц с фазовыми координатами вблизи $(\vec{r},\vec{p})$ за счет изменения этих величин в силу уравнений Гамильтона $\dot{\vec{r}} = \partial H/\partial\vec{p}$, $\dot{\vec{p}} = \vec{F}$, где $\vec{F} = -\vec{\nabla} u^{\text{вн}}$ – сила, действующая на частицу со стороны внешнего поля $u^{\text{вн}}$. Подставляя $(\partial f/\partial t)_{\text{др}}$ в (1), получим кинетическое уравнение с пока еще не определенным интегралом столкновений $(\partial f/\partial t)_{\text{ст}}$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla} f + \vec{F}\frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}}. \tag{2}$$

Найдем явный вид $(\partial f/\partial t)_{\text{ст}}$ при следующих допущениях: 1) внешнее поле $u^{\text{вн}}$ очень слабое и мало меняющееся в пространстве 2) эффективная длина неоднородности, на которой f претерпевает значительные изменения, много больше радиуса действия молекулярных сил r_0; 3) большую часть времени частицы движутся по траекториям (почти свободным), определяемым внешним полем, отклонение от которых происходит лишь при сближениях на расстояния $\sim r_0$ за время $\sim \tau_0$. Таким образом, эволюцию системы представляем идеализированным процессом – последовательностью дискретных событий – столкновений, каждое из которых локализовано в пространстве и времени. Результатом столкновений является почти мгновенное изменение импульсов пары частиц (на временных масштабах $\Delta t \gg \tau_0$), что приводит либо к уменьшению фазовой плотности числа частиц в окрестности $(\vec{r}, \vec{p})$, либо к ее увеличению. Балансом этих процессов и определяется интеграл столкновений.

Столкновение частиц 1 и 2 будем рассматривать как их рассеяние, при этом силовым центром считаем частицу 2 (рассеиватель), а частице 1 припишем относительную скорость $\vec{v} = (\vec{p}_2 - \vec{p}_1)/m$, и массу равную $M = m/2$. В результате рассеяния вектор относительной скорости повернется на угол рассеяния ϑ. Эффективное дифференциальное сечение такого рассеяния есть $d\sigma = dN(\Omega)/I$, где $dN(\Omega)$ – число частиц, рассеянных за 1 сек. в элемент телесного угла $d\Omega$, $I = n'v$ – плотность потока рассеиваемых частиц. Выбирая некоторый нормировочный объем V_0, такой, что в нем находится одна рассеиваемая частица, получим: $I = v/V_0$. Введем дифференциальную вероятность столкновения, отнесенную к единице времени $dw = vd\sigma/V_0$. В случае упругого рассеяния

$$d\sigma = 2\pi b(\vartheta) \left| \frac{db(\vartheta)}{d\vartheta} \right| d\vartheta,$$

$b(\vartheta)$ – прицельный параметр как функция угла рассеяния, которая в классической механике определяется потенциалом взаимодействия. Тогда

$$dw = \frac{dN(\Omega)}{n'} = \frac{vd\sigma}{V_0}.$$

Можно ввести интегральную вероятность рассеяния $W = (v/V_0)\sigma$, где

$$\sigma = 2\pi \int_0^\pi b(\vartheta) \left| \frac{db(\vartheta)}{d\vartheta} \right| d\vartheta \; -$$

эффективное сечение рассеяния. Если величину W просуммировать по всем частицам–рассеивателям, то получим полную вероятность рассеяния данной частицы $\mathcal{W} = \bar{v}n\sigma$, где $\bar{v}$ – среднее значение относительной скорости, n – концентрация рассеивателей, Можно ввести среднее время свободного пробега частицы $\tau_c = 1/\mathcal{W}$ и среднюю длину свободного пробега

$\ell_c = \bar{v}\tau_c = 1/n\sigma$. При упругом рассеянии выполняются законы сохранения энергии и импульса $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1^{\,'} + \vec{p}_2^{\,'}$, $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_1' + \varepsilon_2'$.

Введем плотность вероятности рассеяния двух частиц в единицу времени, считая, что в единице объема находится одна частица–рассеиватель:

$$w(\vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_1', \vec{p}_2') = \frac{dw}{d^3p_1' d^3p_2'} = \frac{v d\sigma}{d^3p_1' d^3p_2'}. \tag{3}$$

Величина w обладает важными свойствами симметрии, связанными с инвариантностью уравнений механики по отношению к обращению времени и пространственному отражению:

$$t \to -t, \qquad \vec{p}' \to -\vec{p}, \quad w(\vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_1', \vec{p}_2') = w(-\vec{p}_1', -\vec{p}_2' | -\vec{p}_1, -\vec{p}_2); \tag{4}$$

$$\vec{p} \to -\vec{p}, \quad w(\vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_1', \vec{p}_2') = w(-\vec{p}_1, -\vec{p}_2 | -\vec{p}_1', -\vec{p}_2'). \tag{5}$$

Из (4) и (5) следует принцип детального равновесия

$$w(\vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_1', \vec{p}_2') = w(\vec{p}_1', \vec{p}_2' | \vec{p}_1, \vec{p}_2), \tag{6}$$

выражающий равенство сечений прямого $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 \to \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$ и обратного $\vec{p}_1' + \vec{p}_2' \to \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ процессов. Для одинаковых частиц имеется, кроме того, дополнительная симметрия по отношению к перестановкам частиц $1 \leftrightarrow 2$

$$w(\vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_1', \vec{p}_2') = w(\vec{p}_2, \vec{p}_1 | \vec{p}_1', \vec{p}_2') = w(\vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_2', \vec{p}_1').$$

Определим теперь число частиц, уходящих из элемента фазового объема $d^3r d^3p_1$ вблизи точки $(\vec{r}, \vec{p}_1)$ в результате столкновений с частицами, находящимися в объеме d^3r с импульсами из $(\vec{p}_2, \vec{p}_2 + d\vec{p}_2)$. Оно равно произведению числа рассеиваемых частиц $f(\vec{r}, \vec{p}_1, t) d^3r d^3p_1$ на плотность рассеивателей $f(\vec{r}, \vec{p}_2, t) d^3p_2$ и вероятность рассеяния $w(\vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_1', \vec{p}_2') d^3p_1' d^3p_2' dt$:

$$dN(\vec{p}_1, \vec{p}_2 \to \vec{p}_1', \vec{p}_2') = f(\vec{r}, \vec{p}_1, t) d^3r d^3p_1 f(\vec{r}, \vec{p}_2, t) d^3p_2 w(\vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_1', \vec{p}_2') d^3p_1' d^3p_2' dt. \tag{7}$$

Число частиц, приходящих в элемент $d^3r d^3p_1$, дается аналогичным выражением:

$$dN(\vec{p}_1', \vec{p}_2' \to \vec{p}_1, \vec{p}_2) = f(\vec{r}, \vec{p}_1', t) d^3r d^3p_1' f(\vec{r}, \vec{p}_2, t) d^3p_2' w(\vec{p}_1', \vec{p}_2' | \vec{p}_1, \vec{p}_2) d^3p_1 d^3p_2 dt. \tag{8}$$

Суммарное число частиц, уходящих из $d^3rd^3p_1$, получим интегрированием (7) по $\vec{p}_2$, $\vec{p}_1'$ и $\vec{p}_2'$:

$$dN^- = d^3rd^3p_1dt\int d^3p_1'd^3p_2'd^3p_2 w(\vec{p}_1,\vec{p}_2|\,\vec{p}_1',\vec{p}_2')f(\vec{r},\vec{p}_1,t)f(\vec{r},\vec{p}_2,t).$$

Аналогично из (8), с учетом теоремы Лиувилля $d^3p_1d^3p_2 = d^3p_1'd^3p_2'$, находим:

$$dN^+ = d^3rd^3p_1dt\int d^3p_1'd^3p_2'd^3p_2 w(\vec{p}_1',\vec{p}_2'|\,\vec{p}_1,\vec{p}_2)f(\vec{r},\vec{p}_1',t)f(\vec{r},\vec{p}_2',t).$$

Если отнести разность $dN^+ - dN^-$ к элементу фазового пространства и к единице времени, то получим изменение одночастичной функции распределения, обусловленное столкновениями, т. е. интеграл столкновений

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}} \equiv\ & \frac{dN^+ - dN^-}{d^3rd^3p_1dt} = \int d^3p_2d^3p_1'd^3p_2' w(\vec{p}_1,\vec{p}_2|\,\vec{p}_1',\vec{p}_2')\times \\ \times\ & \left[f(\vec{r},\vec{p}_1',t)f(\vec{r},\vec{p}_2',t) - f(\vec{r},\vec{p}_1,t)f(\vec{r},\vec{p}_2,t)\right].\end{aligned}$$

(Здесь мы использовали (6).) Уравнение (2) с интегралом столкновений

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}} = \int d^3p_2\frac{|\vec{p}_2-\vec{p}_1|}{m}d\sigma\left[f(\vec{r},\vec{p}_1',t)f(\vec{r},\vec{p}_2',t) - f(\vec{r},\vec{p}_1,t)f(\vec{r},\vec{p}_2,t)\right] \qquad (9)$$

и называют кинетическим уравнением Больцмана.

16.2 Стационарное решение уравнения Больцмана

Найдем не зависящее от времени решение уравнения (2) – сначала без внешнего поля, когда газ является пространственно однородным:

$$\partial f/\partial t = 0,\ \vec{F} = 0,\ \vec{\nabla} f = 0,\ \text{поэтому}\ (\partial f/\partial t)_{\text{ст}} = 0,$$

т. е. $f(\vec{r},\vec{p}_1,t) = f^0(\vec{p})$ и

$$f^0(\vec{p}_1')f^0(\vec{p}_2') - f^0(\vec{p}_1)f^0(\vec{p}_2) = 0. \qquad (10)$$

Отсюда

$$\ln f^0(\vec{p}_1) + \ln f^0(\vec{p}_2) = \ln f^0(\vec{p}_1') + \ln f^0(\vec{p}_2').$$

Таким образом, $\ln f^0(\vec{p})$ представляет аддитивный интеграл движения и, следовательно,

$$\ln f^0(\vec{p}) = c_1 - c_2\varepsilon,$$

где c_1, c_2 – постоянные, которые найдем из уравнений

$$\int f^0(\vec{p}) d^3r d^3p = N, \quad \int \varepsilon(\vec{p}) f^0(\vec{p}) d^3r d^3p = U. \tag{11}$$

Подставив $f^0(\vec{p}) = \exp(c_1 - c_2\varepsilon)$ в (11), найдем:

$$\exp(c_1) = (N/V)(c_2/2\pi m)^{3/2}, \; U = 3N/2c_2.$$

То есть $c_2 = \beta = 1/kT, \; c_1 = \gamma = \beta\mu = \mu/kT$, и стационарным решением кинетического уравнения является распределение Максвелла

$$f^0(\vec{p}) = \frac{N}{V(2\pi mkT)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\vec{p}^2}{2mkT}\right). \tag{12}$$

При наличии внешнего поля $u^{\text{вн}} = u^{\text{вн}}(\vec{r})$ стационарное решение будем искать в виде $f(\vec{r}, \vec{p}) = n(\vec{r}) f^0(\vec{p})$:

$$\frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla} f - \vec{\nabla} u^{\text{вн}} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}}. \tag{13}$$

Так как $f^0(\vec{p})$ обращает в нуль интеграл столкновений, то (13) принимает вид

$$\frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla} n(\vec{r}) - n(\vec{r})\vec{\nabla} u^{\text{вн}}(-\frac{\vec{p}}{mkT}) = 0, \quad \text{или} \quad \vec{\nabla} n(\vec{r}) + \frac{\vec{\nabla} u^{\text{вн}}}{kT} n(\vec{r}) = 0.$$

Решение последнего есть распределение Больцмана

$$n(\vec{r}) = c \exp[-u^{\text{вн}}(\vec{r})/kT],$$

и стационарное решение есть распределение Максвелла – Больцмана

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{cN}{V(2\pi mkT)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\vec{p}^2}{2mkT} - \frac{u^{\text{вн}}(\vec{r})}{kT}\right),$$

где постоянную c находят, используя условие нормировки $f(\vec{r}, \vec{p})$:

$$c = V\left[\int \exp\left(-u^{\text{вн}}(\vec{r})/kT\right) d^3r\right]^{-1}.$$

16.3 Приближение времени релаксации для интеграла столкновений

Пусть f_0 – равновесная одночастичная функция распределения –

$$f(\vec{r},\vec{p},t) \underset{t\to\infty}{\longrightarrow} f_0.$$

За время $t \leq \tau_p$ система становится слабонеравновесной, т. е.

$$\frac{|\Delta f|}{f_0} = \frac{|f(\vec{r},\vec{p},t) - f_0|}{f_0} \ll 1,$$

и последующую эволюцию от слабонеравновесного состояния к равновесному будем описывать экспоненциальной зависимостью

$$(\Delta f)_t = (\Delta f)_{t=0}\, e^{-t/\tau_p}.$$

Тогда

$$\frac{d\,(\Delta f)_t}{dt} = -\frac{(\Delta f)_t}{\tau_p} = -\frac{f(\vec{r},\vec{p},t) - f_0}{\tau_p}. \tag{14}$$

Взяв производную по времени в левой части (14), получим кинетическое уравнение с релаксационным приближением для интеграла столкновений

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla} f - \vec{\nabla} u^{\text{вн}} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = -\frac{f(\vec{r},\vec{p},t) - f_0}{\tau_p}. \tag{15}$$

Это простое уравнение наиболее часто используется в приложениях для оценок коэффициентов диффузии, теплопроводности, вязкости, электропроводности и т. п. Время релаксации τ_p в (15) является подгоночным параметром, который определяется в конечном счете из сравнения полученных оценок с экспериментальными данными. В простейших случаях величина τ_p – порядка среднего времени τ_c между столкновениями частиц (времени свободного пробега).

16.4 H-теорема Больцмана

Одним из важнейших принципиальных приложений кинетического уравнения Больцмана является доказательство закона возрастания энтропии. В качестве определения энтропии неравновесной системы будем рассматривать формулу Больцмана (15.17), в которой одночастичная функция распределения зависит от времени:

$$S(t) = -k\int d^3r d^3p f(\vec{r},\vec{p},t)\ln f(\vec{r},\vec{p},t). \tag{16}$$

Сам Больцман рассматривал H-функционал

$$H(t) = \int d^3r d^3p f(\vec{r},\vec{p},t)\ln f(\vec{r},\vec{p},t),$$

который отличается от (16) знаком и множителем k. Докажем утверждение, известное как H-теорема Больцмана: если $f(\vec{r},\vec{p},t)$ удовлетворяет кинетическому уравнению Больцмана, то $dS(t)/dt \geq 0$ $(dH/dt \leq 0)$.

Введем плотность энтропии

$$\mathcal{S} = -k\int d^3p f(\vec{r},\vec{p},t)\ln f(\vec{r},\vec{p},t)$$

и найдем производную этой величины по времени:

$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t} = -k\int d^3p \frac{\partial f}{\partial t}(1+\ln f) = -k\int d^3p\left[\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}} - \frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla}f - \vec{F}\frac{\partial f}{\partial \vec{p}}\right](1+\ln f) =$$

$$= -k\int d^3p\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}}(1+\ln f) + k\int d^3p\left[\frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla}f + \vec{F}\frac{\partial f}{\partial \vec{p}}\right](1+\ln f).$$

Так как

$$\vec{F}\frac{\partial f}{\partial \vec{p}}(1+\ln f) = \vec{F}\frac{\partial (f\ln f)}{\partial \vec{p}},$$

то

$$\vec{F}\int d^3p \frac{\partial (f\ln f)}{\partial \vec{p}} = \vec{F}(f\ln f)\Big|_{-\infty}^{+\infty} = 0$$

в силу обращения в нуль функции f на границах фазового пространства. Воспользовавшись тем, что $(\vec{p}/m)\vec{\nabla}f\,(1+\ln f) = (\vec{p}/m)\vec{\nabla}\,(f\ln f)$, и обозначив через $\vec{j}_s = -k\int d^3p(\vec{p}/m)f\ln f$ плотность потока энтропии, получим уравнение для плотности энтропии с источником в правой части

$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t} + \nabla \vec{j}_s = \left(\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t}\right)_{\text{ст}}, \tag{17}$$

где

$$\left(\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t}\right)_{\text{ст}} = -k \int d^3p \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}} \ln f. \tag{18}$$

Источник $(\partial \mathcal{S}/\partial t)_{\text{ст}}$ в (17) как раз и обусловлен столкновениями частиц между собой. Если бы столкновения отсутствовали, то мы бы получили закон сохранения энтропии – уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t} + \nabla \vec{j}_s = 0.$$

Найдем $(\partial \mathcal{S}/\partial t)_{\text{ст}}$:

$$\left(\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t}\right)_{\text{ст}} = -k \int d^3p_1 d^3p_2 d^3p_1' d^3p_2' w(1,2|\,1',2') \left[f(1')f(2') - f(1)f(2)\right] \ln f(1), \tag{19}$$

где цифрами в скобках обозначена совокупность всех переменных, например $f(1) \equiv f(\vec{r}_1, \vec{p}_1, t)$. Воспользуемся теперь свойствами симметрии $1 \leftrightarrow 2$, $(1,2) \leftrightarrow (1',2')$ и принципом детального равновесия:

$$\begin{aligned} & w(1,2|\,1',2') \left[f(1')f(2') - f(1)f(2)\right] \ln f(1) = \\ = \; & w(2,1|\,1',2') \left[f(1')f(2') - f(2)f(1)\right] \ln f(2) = \\ = \; & w(1',2'|\,1,2) \left[f(1)f(2) - f(1')f(2')\right] \ln f(1') = \\ = \; & w(2',1'|\,1,2) \left[f(1)f(2) - f(2')f(1')\right] \ln f(2'). \end{aligned} \tag{20}$$

Подставив вместо правой части в (19) сумму четырех равных слагаемых (20), деленную на четыре, получим:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t}\right)_{\text{ст}} &= -\frac{k}{4} \int d^3p_1 d^3p_2 d^3p_1' d^3p_2' w(1,2|\,1',2') \times \\ &\times \left[f(1')f(2') - f(1)f(2)\right] \ln \left[\frac{f(1)f(2)}{f(1')f(2')}\right]. \end{aligned} \tag{21}$$

Величина $(\partial\mathcal{S}/\partial t)_{\text{ст}}$ положительна при любых соотношениях между сомножителями в квадратных скобках (21) (кроме случая их равенства), т. е.

$$\left(\frac{\partial\mathcal{S}}{\partial t}\right)_{\text{ст}} \geq 0. \tag{22}$$

Интегрируя (17) по пространству с учетом (22), получим доказательство сделанного утверждения о неубывании энтропии газа:

$$\frac{dS}{dt} \geq 0.$$

Знак равенства относится к случаю $f(1')f(2') = f(1)f(2)$, но это условие дает, как мы уже видели (см. (10)), максвелловское распределение.

Таким образом, необходимым условием обращения в нуль интеграла столкновений и, следовательно, прекращения производства энтропии является установление равновесного максвелловского распределения для одночастичной функции f. В этом случае энтропия достигает своего максимального значения. Подчеркнем, что если при рассмотрении стационарного решения максвелловское распределение было достаточным для обращения в нуль интеграла столкновений, то теперь мы установили, что соотношение $f(1')f(2') = f(1)f(2)$ оказывается и необходимым, и следовательно, распределение Максвелла – Больцмана является единственным стационарным решением кинетического уравнения Больцмана.

Итак, H-теорема является математическим выражением необратимости макроскопических процессов (по крайней мере в системах, удовлетворяющих сформулированным выше условиям): в ходе спонтанной эволюции изолированной системы энтропия возрастает в результате столкновений частиц между собой; рост прекращается при достижении системой равновесного состояния, когда одночастичная функция становится максвелл – больцмановским распределением. На каком же этапе нашего рассмотрения возникла необратимость (ведь мы использовали обратимые во времени уравнения движения частиц)? Перечислим еще раз упрощения и предположения, которые мы использовали при выводе кинетического уравнения Больцмана: 1) учитываются только парные столкновения, что оправдано для разреженного газа с $nr_0^3 \ll 1$; 2) локальность в пространстве – не учитывалась пространственная неоднородность на расстояниях, сравнимых с радиусом корреляции (взаимодействия) частиц r_0; 3) локальность во времени – время взаимодействия удовлетворяет неравенству $\tau_0 \ll \Delta t$, где Δt – интервал времени, в течение которого одночастичная функция существенно не изменяется; 4) число столкновений пропорционально произведению $f(1)f(2)$ – гипотеза "молекулярного хаоса" Больцмана (или условие ослабления корреляций частиц в подходе Боголюбова).

Последнее предположение прямо противоречит механике, поскольку взаимодействие частиц приводит к корреляциям и число пар взаимодействующих частиц определяется двухчастичной функцией $f_2(1,2) \neq f(1)f(2)$. Поэтому неявно выполненное усреднение на пространственно–временных масштабах $\Delta r \gg r_0$, $\Delta t \gg \tau_0$, нарушает микроскопическую обратимость. Если бы мы могли рассмотреть "тонкую" структуру, то увидели бы, что $S(t)$ флуктуирует, и производная dS/dt принимает как положительные, так и отрицательные значения. Это не противоречит H-теореме, так как она лишь утверждает, что если система находится в состоянии "молекулярного хаоса", то в следующий момент $dS/dt > 0$. Уравнение Больцмана справедливо только для тех моментов времени, когда газ находится в состоянии молекулярного хаоса. Столкновения частиц разрушают это состояние – возникает коррелированное, т. е. более упорядоченное, состояние, которое отвечает локальному минимуму энтропии. В следующий момент времени рост энтропии возобновится, и так до тех пор, пока f не станет максвелловским распределением. Таким образом, H-теорема говорит только о "крупнозернистом" или огрубленном поведении энтропии, поскольку информации о "тонкой" структуре одночастичной функции распределения в кинетическом уравнении Больцмана не содержится.

Рекомендуемая литература

1. Балеску Р. Равновесная и неравновесная статистическая механика. М.: Наука, 1978. Т.1.
2. Базаров И.П., Геворкян Э.В., Николаев П.Н. Термодинамика и статистическая физика. М.: Изд–во МГУ, 1989.
3. Квасников И.А. Термодинамика и статистическая физика: Теория равновесных систем. М.: Изд–во МГУ, 1991.
4. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика. М.: Наука, 1982.
5. Кубо Р. Статистическая механика. М.: Мир, 1967.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М.: Наука, 1976. Часть 1.
7. Леонтович М.А. Введение в термодинамику. Статистическая физика. М.: Наука, 1983.
8. Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш. Термодинамика, статистическая физика и кинетика. М.: Наука, 1977.
9. Терлецкий Я.П. Статистическая физика. М.: Высш. школа, 1973.
10. Фейнман Р. Статистическая механика. М.: Мир, 1975.
11. Хуанг К. Статистическая механика. М.: Мир, 1966.
12. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н.(мл.) Введение в квантовую статистическую механику. М.: Наука, 1983.
13. Зелевинский В.Г. Квазичастицы в квантовой физике. Новосибирск: Новосиб. ун–т, 1978.
14. Задачи по термодинамике и статистической физике. /Под ред. П. Ландсберга. М.: Мир, 1974.
15. Кондратьев А.С., Ромков В.С. Задачи по статистической физике. М.: Высш. школа, 1992.