

20 упражнений

1. Для максвелловского газа
 - а) записать распределение по компонентам скоростей;
 - б) записать распределение по энергии;
 - в) найти $\langle v^2 \rangle$, $\langle v_x^2 \rangle$;
 - г) найти наиболее вероятную абсолютную величину импульса молекулы;
 - д) вычислить среднее значение, дисперсию и наиболее вероятное значение кинетической энергии молекулы.
2. За какое в среднем время частица максвелловского газа пролетает расстояние ℓ . Столкновениями частиц между собой пренебречь. Привести численную оценку ($\ell \sim 10^{-6}$ м) для воздуха при н.у. ($n \approx 3 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$).
3. Найти среднее значение абсолютной скорости и кинетической энергии молекул тонкой пленки, пренебрегая взаимодействием молекул друг с другом. Вычислить давление этого идеального двумерного газа при температуре T , считая известной поверхностную концентрацию частиц $n = N/S$.
4. Сосуд объема V заполнен разреженным идеальным газом при температуре T . Найти поток частиц через малое отверстие площадью S в стенке сосуда, их среднюю энергию и среднюю абсолютную скорость, считая концентрацию частиц n внутри сосуда постоянной. Как изменится результат, если учесть изменение n ? Какой поток тепла $J_Q(t)$ необходимо подводить к сосуду в каждый момент времени для поддержания постоянной температуры?
5. Идеальный классический газ N одноатомных молекул с массой m находится при температуре T в цилиндре высотой h , стоящем на поверхности Земли. Найти C_V и положение центра тяжести газа.
6. Найти диэлектрическую проницаемость $\epsilon(T)$ как функцию температуры газа полярных молекул, имеющих собственный электрический дипольный момент d_0 , помещенного во внешнее однородное электрическое поле $\vec{\mathcal{E}}$. Газ считать больцмановским. Исследовать случаи слабого ($d_0 \mathcal{E} / kT \ll 1$) и сильного ($d_0 \mathcal{E} / kT \gg 1$) электрического поля. Вычислить дополнительную теплоемкость, приобретаемую этим газом в слабом электрическом поле.
7. Найти теплоемкость одномерной системы частиц со спином $1/2$, взаимодействующих с ближайшими соседями, причем энергия взаимодействия пары равна J , если спины соседних частиц параллельны, и равна $-J$, если спины антипараллельны. Нарисовать график $C = C(T)$.
8. Считая Землю равновесным черным телом, оценить ее температуру, принимая во внимание, что расстояние от Земли до Солнца $L = 1.5 \cdot 10^{11}$ м, радиус Солнца $R_\odot = 6.96 \cdot 10^8$ м, температура поверхности Солнца $T_\odot = 6 \cdot 10^3$ К.
9. Выполняется ли закон равнораспределения в фотонном газе при низких температурах $kT \ll \hbar\omega$? Ответ подкрепите расчетом. Какова “степень отклонения” от равнораспределения в случае закона Планка?
10. Исходя из законов излучения абсолютно черного тела найти уравнение адиабаты в переменных P, V и T, V . Можно ли в данном случае интерпретировать показатель адиабаты γ как отношение C_p/C_v ?

11. В стандартной космологической модели эволюция вселенной сопровождается уменьшением ее температуры. Ранние стадии расширения характеризуются доминированием излучения (RD-эпоха) с уравнением состояния $P = 1/3\rho_r c^2$, где $\rho_r c^2 \equiv U/V = \sigma T^4$ - плотность энергии. На более поздних стадиях, когда температура становится достаточно низкой ($\langle \varepsilon \rangle \sim 13.6$ эВ) и уже возможно существование связанного состояния протона и электрона (эпоха "рекомбинации"), излучение "отщепляется" - выходит из состояния равновесия с веществом (водородом и легкими ядрами), и начинает доминировать вещество (MD-эпоха) с уравнением состояния (нерелятивистского идеального газа) $P = \rho_m c^2 kT / (m_H c^2)$, где $\rho_m = (M/V)$ - плотность массы. В процессах образования крупномасштабной структуры вселенной - гравитационно связанных форм материи (скоплений галактик, галактик, звезд) - ключевую роль играет скорость распространения флуктуаций плотности, т. е. скорость звука. Найти изменение скорости звука при переходе от RD- к MD-эпохе, считая распространение флуктуаций плотности адиабатическим процессом.
12. Показать, что в эйнштейновской теории теплоемкости твердого тела на самом деле учитывается вклад оптических фононов. Каким должен быть кристалл, чтобы в нем могли возникнуть оптические колебания?
13. Что можно сказать о кристаллической структуре трех модификаций углерода, теплоемкости которых зависят от температуры следующим образом $C \sim T$ (карбин), $C \sim T^2$ (графит) и $C \sim T^3$ (алмаз)?
14. Найти теплоемкость твердого тела при низких температурах, если частотная плотность состояний имеет вид: $D(\omega) = a\omega^2 + b\omega^4$, где a и b - постоянные.
15. Считая дебаевскую температуру известной функцией объема $\theta_D = \theta_D(V)$, найти уравнение состояния дебаевского кристалла. Какой вид принимает это уравнение, если считать, что $\bar{\varepsilon}_{зв}$ не зависит от V ? Рассмотреть предельные случаи низких и высоких температур. (Учесть энергию нулевых колебаний кристалла.)
16. Найти температуру бозе-конденсации и теплоемкость газа в внешнем однородном поле $u(z) = mgz$.
17. Найти энтропию и теплоемкость электронного газа при низких температурах. Удовлетворяют ли полученные выражения теореме Нернста?
18. Вычислить плотность состояний для нерелятивистского электронного газа в квантующем магнитном поле H , пренебрегая спиновым расщеплением энергетических уровней.
19. Для двумерного ферми-газа найти: а) химический потенциал как функцию его температуры и плотности; б) уравнение состояния $P = P(n, T)$.
20. Найти T_F и теплоемкость вырожденного нейтринного газа с заданной плотностью частиц n . Как записать условие вырожденности такого газа?