20 упражнений

1. Для максвелловского газа

   а) записать распределение по компонентам скоростей;

   б) записать распределение по энергии;

   в) найти $< v^2 >, < v_x{}^2 >$;

   г) найти наиболее вероятную абсолютную величину импульса молекулы;

   д) вычислить среднее значение, дисперсию и наиболее вероятное значение кинетической энергии молекулы.

2. За какое в среднем время частица максвелловского газа пролетает расстояние ℓ. Столкновениями частиц между собой пренебречь. Привести численную оценку ($\ell \sim 10^{-6}$ м) для воздуха при н.у. ($n \approx 3 \cdot 10^{19} \mathrm{cm}^{-3}$).

3. Найти среднее значение абсолютной скорости и кинетической энергии молекул тонкой пленки, пренебрегая взаимодействием молекул друг с другом. Вычислить давление этого идеального двумерного газа при температуре T, считая известной поверхностную концентрацию частиц $n = N/S$.

4. Сосуд объема V заполнен разреженным идеальным газом при температуре T. Найти поток частиц через малое отверстие площадью S в стенке сосуда, их среднюю энергию и среднюю абсолютную скорость, считая концентрацию частиц n внутри сосуда постоянной. Как изменится результат, если учесть изменение n? Какой поток тепла $J_Q(t)$ необходимо подводить к сосуду в каждый момент времени для поддержания постоянной температуры?

5. Идеальный классический газ N одноатомных молекул с массой m находится при температуре T в цилиндре высотой h, стоящем на поверхности Земли. Найти C_V и положение центра тяжести газа.

6. Найти диэлектрическую проницаемость $\epsilon(T)$ как функцию температуры газа полярных молекул, имеющих собственный электрический дипольный момент d_0, помещенного во внешнее однородное электрическое поле $\vec{\mathcal{E}}$. Газ считать больцмановским. Исследовать случаи слабого ($d_0\mathcal{E}/kT \ll 1$) и сильного ($d_0\mathcal{E}/kT \gg 1$) электрического поля. Вычислить дополнительную теплоемкость, приобретаемую этим газом в слабом электрическом поле.

7. Найти положение максимума теплоемкости и ее значение в максимуме для двухуровневой системы с сильно вырожденным верхним состоянием.

8. Считая Землю равновесным черным телом, оценить ее температуру, принимая во внимание, что расстояние от Земли до Солнца $L = 1.5 \cdot 10^{11}$ м, радиус Солнца $R_\odot = 6.96 \cdot 10^8$ м, температура поверхности Солнца $T_\odot = 6 \cdot 10^3\ K$.

9. Выполняется ли закон равнораспределения в фотонном газе при низких температурах $kT \ll \hbar\omega$? Ответ подкрепите расчетом. Какова “степень отклонения” от равнораспределения в случае закона Планка?

10. Исходя из законов излучения абсолютно черного тела найти уравнение адиабаты в переменных P, V и T, V. Можно ли в данном случае интерпретировать показатель адиабаты γ как отношение C_p/C_v?

11. Показать, что в эйнштейновской теории теплоемкости твердого тела на самом деле учитывается вклад оптических фононов. Каким должен быть кристалл, чтобы в нем могли возникнуть оптические колебания ?

12. Что можно сказать о кристаллической структуре трех модификаций углерода, теплоемкости которых зависят от температуры следующим оброзом $C \sim T$ (карбин), $C \sim T^2$ (графит) и $C \sim T^3$ (алмаз)?

13. Считая дебаевскую температуру известной функцией объема $\theta_D = \theta_D(V)$, найти уравнение состояния дебаевского кристалла. Какой вид принимает это уравнение, если считать, что $\overline{c}_{\text{зв}}$ не зависит от V? Рассмотреть предельные случаи низких и высоких температур. (Учесть энергию нулевых колебаний кристалла.)

14. Найти температуру бозе-конденсации и теплоемкость газа в однородном поле $u(z) = mgz$.

15. Найти теплоемкость одномерной системы частиц со спином 1/2, взаимодействующих с ближайшими соседями, причем энергия взаимодействия пары равна J, если спины соседних частиц параллельны, и равна $-J$, если спины антипараллельны. Нарисовать график $C = C(T)$.

16. Найти энтропию и теплоемкость электронного газа при низких температурах. Удовлетворяют ли полученные выражения теореме Нернста?

17. Для двумерного ферми–газа найти: а) химический потенциал как функцию его температуры и плотности; б) уравнение состояния $P = P(n, T)$.

18. Найти T_F и теплоемкость вырожденного нейтринного газа с заданной плотностью частиц n. Как записать условие вырожденности такого газа?